Corrigé type

Université 20 août 1955-SKIKDA
Faculté des sciences
Département de l'informatique

Niveau : L2 TC (2017/2018)
Matière : Théorie des graphes
Enseignante : S.Hazmoune

NOM : ..... | PRÉNOM : ..... | GROUPE : .....

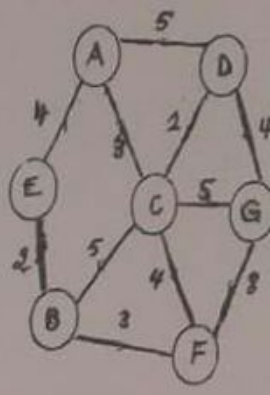
EMD (Durée : 1h30)

QUESTIONS DE COURS. (6 PTS)

Pour chacune des assertions suivantes, dites *vrai* ou *faux* avec correction de celle qui est fausse :

1. Un graphe eulérien est un graphe comportant un chemin qui passe par tous les arcs sans répétitions. Correction: un circuit et pas un chemin.	☐ Vrai ☒ Faux (1)
2. Un graphe est connexe s'il existe un chemin unique entre toute paire de sommets. Correction: ... s'il existe au moins un chemin ...	☐ Vrai ☒ Faux (0,5)
3. La propriété des poignés de main est vérifiée dans un graphe si le nombre d'arcs est le double du nombre de sommets. Correction: si N : nombre de sommets. $\sum_{i=1}^{N} degré(x_i) = 2 \times$ nombre d'arcs.	☐ Vrai ☒ Faux (0,5)
4. Dans la matrice d'adjacence d'un graphe orienté, la somme des éléments sur la colonne i ou sur la ligne i indique le degré du sommet i. Correction: ..., la somme des éléments sur la ligne i et sur la colonne i ...	☐ Vrai ☒ Faux (0,5)
5. Un circuit hamiltonien est un circuit qui passe par tous les sommets sans répétition. Correction:	☒ Vrai (0,5) ☐ Faux
6. Le nombre de sommets d'un graphe indique son degré. Correction: le nombre de sommet = l'ordre du graphe le degré du graphe = $\max_{1 \le i \le N}(degré(x_i))$	☐ Vrai ☒ Faux (0,5)
7. Un graphe planaire est un graphe qui peut être dessiné sans croisement d'arcs. Correction:	☒ Vrai (0,5) ☐ Faux
8. S'il existe une chaine et une seule entre 2 sommets quelconques d'un graphe non orienté et simple, donc, ce graphe est un arbre. Correction:	☒ Vrai (0,5) ☐ Faux

EXERCICE 1. (5 PTS)



On veut construire un réseau avec le moindre coût comportant 7 machines qui doivent pouvoir communiquer entre elles. Les coûts de câblage envisagés sont donnés par le graphe ci-contre :

1. Cette situation correspond à quel problème de la théorie des graphes ?

Arbre couvrant de poids minimal. (1)

2. Citer les algorithmes qui permettent de résoudre ce problème.

Sollin et Kruscall. (1)

3. Supposons que les liaisons câblées AC et DG sont imposées (obligatoires). Choisir l'un des algorithmes en question précédente et adapter le pour prendre en considération cette contrainte.

Sollin

initialisation : Au lieu de démarer du graphe sans arêtes, on démare du graphe qui contient tous les sommets et les 2 arêtes AC et DG (1)

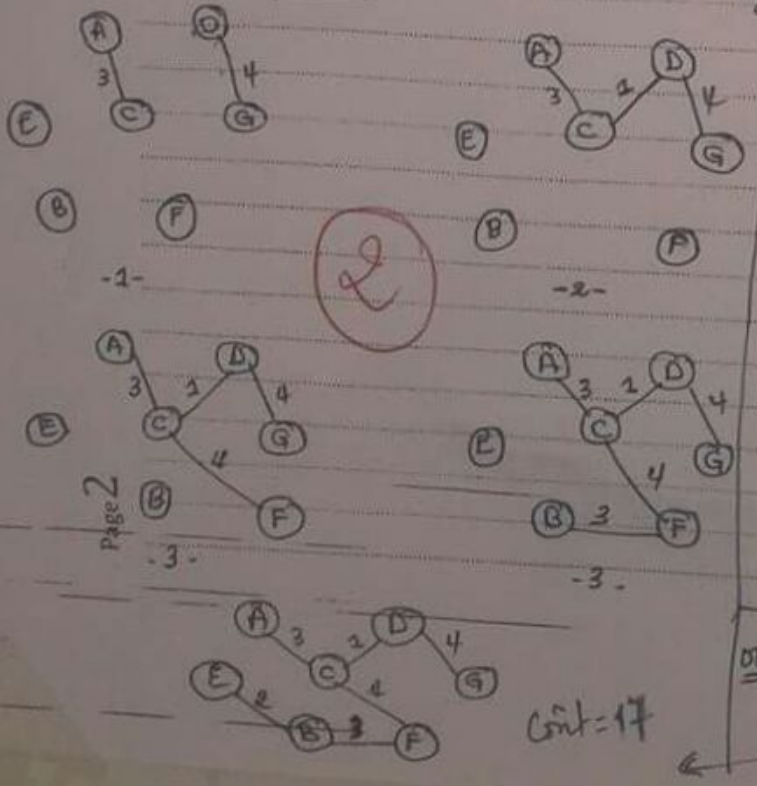
ou

Kruscall

initialisation : Au lieu de démarer d'1 arbre vide (∅), on suppose que l'arbre initiale contient les 2 arêtes AC et DG.

4. Appliquer l'algorithme adapté pour trouver un câblage à coût minimal.

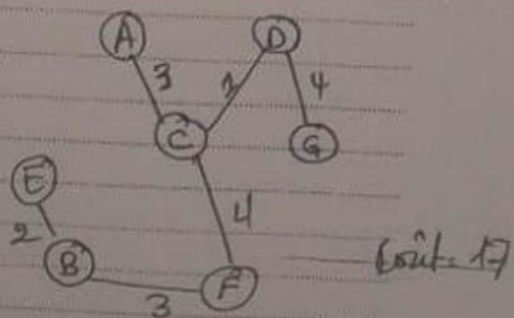
Sollin



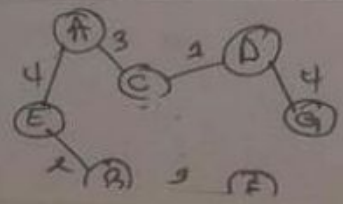
ou Kruscall ; n-1 arêtes = 6

Arc	[A,C]	[D,G]	[C,D]	[E,B]	[B,F]	[C,F]	[A,E]	[C,B]	[G
poids	3	4	1	2	3	4	4	5	5
	✓	✓	✓	✓	✓	✓			

Arrêt

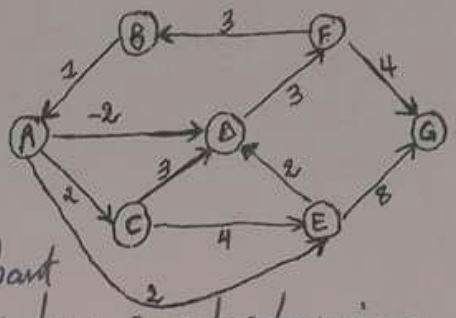


ou



MEXERCICE 2. (6 PTS)

Le graphe ci-contre représente un réseau routier d'une zone géographique.



1. Montrer que ce graphe admet une solution au problème du plus court chemin.

(1) Le graphe ne contient pas de circuit absorbant
Donc, il admet une solution au problème du + court chemin.

2. Quel algorithme (Dijkstra ou Bellman-Ford) doit on choisir pour résoudre ce problème et pourquoi ?

(1) On doit choisir Bellman-ford, car Dijkstra ne marche pas avec les graphes dont des poids sont négatifs.

3. Appliquer l'algorithme choisi pour trouver le chemin le plus court partant de la ville A et allant à chaque ville du réseau.

L'ordre d'examen des arcs

(0,5)

Arc	[A,B]	[A,D]	[A,E]	[B,F]	[C,D]	[C,E]	[D,F]	[E,D]	[E,G]	[F,B]	[F,G]
poids	2	-2	2	1	3	4	3	2	8	3	4

7 sommets ⇒ 6 itérations

Distance

	A	B	C	D	E	F	G
init	0	+∞	+∞	+∞	+∞	+∞	+∞
1ère it	0	4	2	-2	2	1	16/5
2ème it	(0)	(4)	(2)	(-2)	(2)	(1)	(5)

(1)

Prédécesseur

	B	C	D	E	F	G
init	/	/	/	/	/	/
1ère it	F	A	A	A	D	E F
2ème it	F	A	A	A	D	F
3ème it	F	A	A	A	D	F
4ème it	F	A	A	A	D	F
5ème it	F	A	A	A	D	F
6ème it	F	A	A	A	D	F

(1)

pas de modification, donc on peut arrêter et décider qu'il n'existe pas de circuit absorbant.

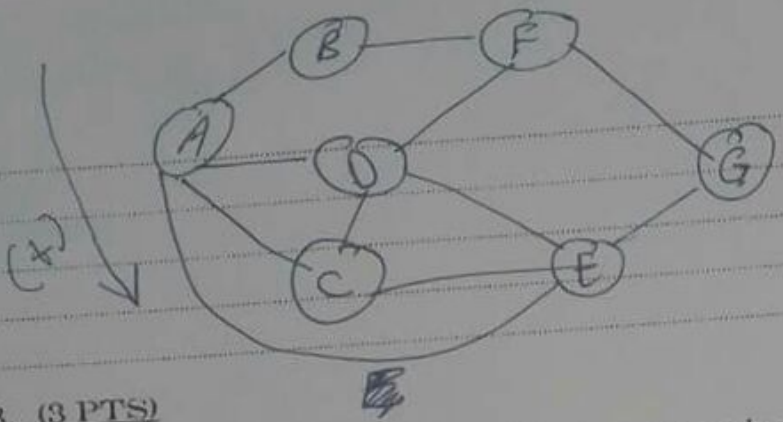
(0,5)

Page 3

Récupération des chemins les + courts.

sommet	B	C	D	E	F	G
chemin	A-D-F-B	A-C	A-D	A-E	A-D-F	A-D-F-G
long	4	2	-2	2	1	5

(1)



ERCICE 3. (3 PTS)

nons le graphe précédent et considérons cette fois-ci que toutes les routes sont à double sens.
tion. Faites le parcours en profondeur d'abord de ce réseau routier partant de la ville A.

Écran | A E C D F B G |

ou A E C D F G B

ou A E G F B D C

pile : G B F D C E A

```
Visiter(A)
  Trait(A)
  S ← E
  Visiter(E)
    Trait(E)
    S ← C
    Visiter(C)
      Trait(C)
      S ← D
      Visiter(D)
        Trait(D)
        S ← F
        Visiter(F)
          Trait(F)
          S ← B
          Visiter(B)
            Trait(B)
            S ← nil
          fin
          S ← G
          Visiter(G)
            Trait(G)
            S ← nil
          fin
          S ← nil
        fin
        S ← nil
      fin
      S ← nil
    fin
    S ← nil
  fin
```


Bon courage.